

Rechnen mit Logarithmen:

$a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, $u, v \in \mathbb{R}^+$, $k \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$

Definition:

$$a^x = u \Leftrightarrow x = \log_a u$$

es gilt: $\log_a a = 1$ $\log_a \frac{1}{a} = -1$ $\log_a 1 = 0$

$\log_{10} a = \log a$ Zehnerlogarithmus

$\log_e a = \ln a$ natürlicher Logarithmus,

$$\text{wobei } e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2,71828\dots$$

andere Schreibweisen:

$$\log_a x = {}^a \log x = \log_a x$$

Rechenregeln:

- $\log_a (uv) = \log_a u + \log_a v$
- $\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$
- $\log_a u^k = k \cdot \log_a u$
- $\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$

Stetiges Wachstum, Zerfall

- $N(t) = N(0) \cdot a^t$ Zerfall für $0 < a < 1$, Wachstum für $a > 1$.
- $N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$ Zerfall
- $N(t) = N(0) \cdot e^{\lambda t}$ Wachstum

(d.h. $a = e^\lambda$)